

Total No. of Questions : 5] [Total No. of Printed Pages : 8

**Paper Code : 10505**  
**2087**

**B.A./B.Sc. (Part II) (Improvement)**  
**Examination, 2019**

**(Three-year Degree Course)**

**(New Course)**

**MATHEMATICS**

**Paper-II**

**(Differential Equation and Integral**  
**Transforms)**

Time : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 33/50

Note :- Attempt all Sections as directed.

निर्देशानुसार सभी खण्डों के उत्तर दीजिए।

**Section-A**

**(खण्ड-अ)**

**Long Answer Type Questions 6:10 each**

**(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)**

1. Attempt any two parts of the following :

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए :

**SC-88**

( 1 )

Turn Over

(a) Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + x^2y = 0$$

in powers of  $x$ .

$$\frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + x^2y = 0 \text{ को } x \text{ की घात में हल कीजिए।}$$

(b) When  $n$  is positive integer, then :

$$P_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi [x \pm (x^2 - 1)^{1/2} \cos \phi]^n d\phi$$

जब  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक है, तब :

$$P_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi [x \pm (x^2 - 1)^{1/2} \cos \phi]^n d\phi$$

(c) If  $a > 0$ , prove that :

$$\int_0^\infty e^{-ax} J_0(bx) dx = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

यदि  $a > 0$ , सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^\infty e^{-ax} J_0(bx) dx = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

**SC-88**

( 2 )

2. Attempt any two parts of the following :

निम्नलिखित में से कोई दो भाग हल कीजिए :

(a) Find  $L\{\cos\sqrt{t}\}$ .

ज्ञात कीजिए  $L\{\cos\sqrt{t}\}$ .

(b) State and prove convolution theorem.

कॉन्वोल्यूशन प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(c) Obtain Fourier cosine transform of :

$$f(x) = \begin{cases} x & , \text{ for } 0 < x < 1 \\ 2-x & , \text{ for } 1 < x < 2 \\ 0 & , \text{ for } x > 2 \end{cases}$$

फूरियर कोसाइन रूपान्तरण ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} x & , \text{ यदि } 0 < x < 1 \\ 2-x & , \text{ यदि } 1 < x < 2 \\ 0 & , \text{ यदि } x > 2 \end{cases}$$

3. Attempt any two parts of the following :

निम्नलिखित में से कोई दो भाग हल कीजिए :

(a) Solve by the variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x) \frac{dy}{dx} - y \cot x = \sin^2 x$$

SC-88

( 3 )

Turn Over

वैरिएशन ऑफ पैरामीटर विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x) \frac{dy}{dx} - y \cot x = \sin^2 x$$

(b) Solve by Charpit method :

$$p^2 + q^2 - 2px - 2qy + 1 = 0$$

चारपिट विधि द्वारा हल कीजिए :

$$p^2 + q^2 - 2px - 2qy + 1 = 0$$

(c) Solve :

$$(D^3 - 4D^2D' + 4DD'^2) z = \cos(2x + 3y)$$

हल कीजिए : -

$$(D^3 - 4D^2D' + 4DD'^2) z = \cos(2x + 3y)$$

Section-B

(खण्ड-ब)

Short Answer Type Questions

2/3 each

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4. Attempt any five parts of the following :

निम्नलिखित में से कोई पाँच भाग हल कीजिए :

(i) Solve :

$$(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$$

हल कीजिए :

$$(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = y$$

( 4 )

SC-88

(ii) Solve :

$$(D - 1)^2 (D^2 + 1)^2 y = e^x$$

हल कीजिए :

$$(D - 1)^2 (D^2 + 1)^2 y = e^x$$

(iii) Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

(iv) Show that :

$$P_{2m+1}'(0) = 0$$

सिद्ध कीजिए :

$$P_{2m+1}(0) = 0$$

(v) Solve  $x^2p + y^2q = z^2$ .

हल कीजिए  $x^2p + y^2q = z^2$ .

(vi) Solve :

$$(x^2 - 4xy - 2y^2)dx + (y^2 - 4xy - 2x^2)dy = 0$$

हल कीजिए :

$$(x^2 - 4xy - 2y^2)dx + (y^2 - 4xy - 2x^2)dy = 0$$

SC-88

(5)

Turn Over

(vii) Show that  $\int_0^{\pi} \sqrt{\pi x} J_{1/2}(2x) dx = 1$ .

सिद्ध कीजिए  $\int_0^{\pi} \sqrt{\pi x} J_{1/2}(2x) dx = 1$ .

(viii) Find  $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s^2+a^2)}\right)$ .

ज्ञात कीजिए  $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s^2+a^2)}\right)$ .

Section-C

(खण्ड-स)

Objective Type Questions

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5. Answer all the parts.

सभी भाग हल कीजिए।

(i)  $L^{-1}\left(\frac{1}{(s-a)}\right) = \dots\dots\dots$

- (a) 1
- (b)  $e^{at}$
- (c)  $\sin at$
- (d)  $\cos at$

$L^{-1}\left(\frac{1}{(s-a)}\right) = \dots\dots\dots$

- (अ) 1
- (ब)  $e^{at}$
- (स)  $\sin at$
- (द)  $\cos at$

SC-88

(6)

(ii)  $L(\cosh at) = \dots\dots\dots$

(a)  $\frac{1}{s-a}$  (b)  $\frac{1}{s+a}$

(c)  $\frac{s}{s^2+a^2}$  (d)  $\frac{s}{s^2-a^2}$

$L(\cosh at) = \dots\dots\dots$

(अ)  $\frac{1}{s-a}$  (ब)  $\frac{1}{s+a}$

(स)  $\frac{s}{s^2+a^2}$  (द)  $\frac{s}{s^2-a^2}$

(iii)  $J_{\frac{1}{2}}(x) = \dots\dots\dots$

(a)  $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$  (b)  $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$

(c)  $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sinh x$  (d)  $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cosh x$

$J_{\frac{1}{2}}(x) = \dots\dots\dots$

(अ)  $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$  (ब)  $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$

(स)  $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sinh x$  (द)  $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cosh x$

(7)

Turn Over

(iv)  $P_n^1(1) = \dots\dots\dots$

(a)  $\frac{n(n+1)}{2}$  (b) 1

(c)  $\frac{n}{2}$  (d)  $\frac{1}{2}$

$P_n^1(1) = \dots\dots\dots$

(अ)  $\frac{n(n+1)}{2}$  (ब) 1

(स)  $\frac{n}{2}$  (द)  $\frac{1}{2}$

(v) Order of differential equation  $\frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^{-\frac{3}{2}} = 0$

is :

- (a) 1 (b) 2
- (c) 3 (d) 4

अवकलन समीकरण  $\frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^{-\frac{3}{2}} = 0$  का क्रम है :

- (अ) 1 (ब) 2
- (स) 3 (द) 4

http://www.mjpruonline.com

http://www.mjpruonline.com

http://www.mjpruonline.com

http://www.mjpruonline.com