

**Paper Code : 10501  
2083**

**B. A./B. Sc. (Part I)  
EXAMINATION, 2017  
(Three-year Degree Course)  
(New Course)  
MATHEMATICS  
Paper First  
(Algebra and Trigonometry)**

*Time : Three Hours ] [ Maximum Marks : { B.A. : 33  
B.Sc. : 50*

**Note :** Attempt all the *three* Sections as directed.

निर्देशानुसार सभी खण्डों के उत्तर दीजिए।

**Section—A** 18/30  
(खण्ड—अ)

**Long Answer Type Questions**  
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**Note :** Attempt all the *three* questions.

सभी तीन प्रश्नों को हल कीजिए।

1. (a) Test the convergence of the series  $\sum u_n$  where :

$$u_n = \sum \left\{ \sqrt{(n^4 + 1)} - \sqrt{(n^4 - 1)} \right\}$$

P.T.O

श्रेणी  $\sum u_n$  जहाँ :

$$u_n = \sum \left\{ \sqrt{(n^4 + 1)} - \sqrt{(n^4 - 1)} \right\}$$

है, के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

Or  
(अथवा)

If  $\tan(A + iB) = \tan \theta + i \sec \theta$ , then show that :

$$e^{2B} = \pm \cot \frac{\theta}{2} \text{ and } 2A = n\pi + \frac{\pi}{2} + \theta.$$

यदि  $\tan(A + iB) = \tan \theta + i \sec \theta$  हो, तो सिद्ध कीजिए :

$$e^{2B} = \pm \cot \frac{\theta}{2} \text{ और } 2A = n\pi + \frac{\pi}{2} + \theta$$

(b) Find the sum of the following series :

$$\operatorname{cosec} \theta \operatorname{cosec} 2\theta + \operatorname{cosec} 2\theta \operatorname{cosec} 3\theta + \operatorname{cosec} 3\theta \operatorname{cosec} 4\theta + \dots n \text{ terms.}$$

निम्नलिखित श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए :

$$\operatorname{cosec} \theta \operatorname{cosec} 2\theta + \operatorname{cosec} 2\theta \operatorname{cosec} 3\theta + \operatorname{cosec} 3\theta \operatorname{cosec} 4\theta + \dots n \text{ पद}$$

Or  
(अथवा)

Prove that the set of all *n*th roots of unity form an abelian group under multiplication.

सिद्ध कीजिए कि सभी इकाई के *n* वें मूलों का समुच्चय गुणा के सापेक्ष एक आबेलियन समूह बनाता है।

[ 3 ]

10501

2. (a) Prove that the intersection of two subgroups of a group  $G$  is subgroup of  $G$  but their union is not necessarily a subgroup.

सिद्ध कीजिए कि समूह  $G$  के दो उपसमूहों के इंटरसेक्शन समूह  $G$  का उपसमूह होता है लेकिन उन उपसमूहों के यूनियन कोई जरूरी नहीं हैं कि समूह  $G$  के उपसमूह हों। <http://www.mjpruonline.com>

Or  
(अथवा)

Prove that every homomorphic image of a group  $G$  is isomorphic to some quotient group of  $G$ .

सिद्ध कीजिए कि समूह  $G$  की प्रत्येक होमोमॉर्फिक इमेज उसके किसी क्वोसेंट समूह की आइसोमॉर्फिक होती है।

- (b) Test the convergence of the series :

$$1 + \frac{1}{2}x + \frac{1.2}{3^2}x^2 + \frac{1.3}{4^3}x^3 + \dots$$

श्रेणी  $1 + \frac{1}{2}x + \frac{1.2}{3^2}x^2 + \frac{1.3}{4^3}x^3 + \dots$

की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए।

Or  
(अथवा)

Show that  $(Z, o)$  where  $aob = a + b + 1$ ,  $a, b \in Z$ , is an abelian group.

सिद्ध कीजिए कि  $(Z, o)$ , जहाँ  $aob = a + b + 1$ ,  $a, b \in Z$ , एक आबेलियन समूह है।

A-23

P. T. O.

[ 4 ]

10501

3. (a) State and prove Lagrange's theorem.  
लैग्रांज की प्रमेय के कथन सहित सिद्ध कीजिए।

Or

(अथवा)

State and prove Cayley's theorem.

कैले की प्रमेय के कथन सहित सिद्ध कीजिए।

- (b) Find the sum of the following series :

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 3\alpha + \frac{1.3}{2.4} \sin 5\alpha + \dots \infty \text{ terms}$$

निम्नलिखित श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए :

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 3\alpha + \frac{1.3}{2.4} \sin 5\alpha + \dots \infty \text{ पदों तक}$$

Or

(अथवा)

Find the sum of the following series :

$$\cos^n \alpha - n \cos^{n-1} \alpha \cos \alpha + \frac{n(n-1)}{1.2}$$

$$\cos^{n-2} \alpha \cos 2\alpha + \dots (n+1) \text{ terms.}$$

निम्नलिखित श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए :

$$\cos^n \alpha - n \cos^{n-1} \alpha \cos \alpha + \frac{n(n-1)}{1.2}$$

$$\cos^{n-2} \alpha \cos 2\alpha + \dots (n+1) \text{ पदों तक}$$

A-23

[ 5 ]

10501

Section—B

2/3 each

(खण्ड—ब)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4. Attempt any five questions. All questions carry equal marks.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

- (i) Prove that the set of fourth roots of unity form a group under multiplication.

सिद्ध कीजिए कि इकाई के चारों मूलों का समुच्चय गुणा के सापेक्ष एक समूह बनाता है।

- (ii) Define groupoid, semigroup and monoid.

ग्रुपोइड, सेमीग्रुप और मोनोइड की परिभाषा दीजिए।

- (iii) Show that every subgroup of an abelian group  $G$  is normal.

दिखाइए कि आबेलियन ग्रुप  $G$  का प्रत्येक सबग्रुप नॉर्मल होता है।

- (iv) Find the inverse of the permutation

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

परम्यूटेशन  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  का प्रतिलोम निकालिए।

http://www.mjpruonline.com

http://www.mjpruonline.com

A-23

P. T. O.

[ 6 ]

10501

- (v) Prove that :

$$\tanh^{-1} x = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\tanh^{-1} x = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

- (vi) Find the sum of the series :

$$\frac{\sin \alpha}{1} + \frac{\sin 3\alpha}{3} + \frac{\sin 5\alpha}{5} + \dots \infty$$

श्रेणी :

$$\frac{\sin \alpha}{1} + \frac{\sin 3\alpha}{3} + \frac{\sin 5\alpha}{5} + \dots$$

के अनन्त पदों का योग ज्ञात कीजिए।

- (vii) Prove that :

$$\log \left( \frac{a+ib}{a-ib} \right) = 2i \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\log \left( \frac{a+ib}{a-ib} \right) = 2i \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

- (viii) If  $G$  is a group such that :

$$(ab)^2 = a^2b^2, \forall a, b \in G,$$

prove that  $G$  is an abelian group.

यदि  $G$  एक समूह ऐसा है कि :

$$(ab)^2 = a^2b^2, \forall a, b \in G,$$

तो सिद्ध कीजिए कि  $G$  एक आबेलियन समूह है।

A-23

http://www.mjpruonline.com

[ 7 ]

10501

Section—C

1 each

(खण्ड—स)

Objective Type Questions

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5. Choose the correct options. All questions carry equal marks.

सही विकल्प का चयन कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

(i) If  $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = (1, 2)$ , then  $P =$

- (a)  $(1\ 3)(1\ 2)(2\ 3)$  (b)  $(1\ 2)(2\ 3)(1\ 3)$   
(c)  $(1\ 2)(2\ 3)(3\ 1)$  (d) None of these

यदि  $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = (1\ 2)$ , तो P का मान :

- (अ)  $(1\ 3)(1\ 2)(2\ 3)$  (ब)  $(1\ 2)(2\ 3)(1\ 3)$   
(स)  $(1\ 2)(2\ 3)(3\ 1)$  (द) इनमें से कोई नहीं

- (ii) The value of  $\cosh 2\theta$  is :

- (a)  $1 - 2 \cosh^2 \theta$  (b)  $1 + 2 \cosh^2 \theta$   
(c)  $1 + 2 \sinh^2 \theta$  (d)  $1 - 2 \sinh^2 \theta$

$\cosh 2\theta$  का मान है :

- (अ)  $1 - 2 \cosh^2 \theta$  (ब)  $1 + 2 \cosh^2 \theta$   
(स)  $1 + 2 \sinh^2 \theta$  (द)  $1 - 2 \sinh^2 \theta$

- (iii) The value of  $\lim_{n \rightarrow \infty} \log \frac{n}{n}$  is :

- (a) -1 (b) +1  
(c) 0 (d)  $\infty$

http://www.mjpruonline.com

http://www.mjpruonline.com

[ 8 ]

10501

$\lim_{n \rightarrow \infty} \log \frac{n}{n}$  का मान है :

- (अ) -1 (ब) +1  
(स) 0 (द)  $\infty$

- (iv) The generators of the multiplicative group  $\{1, \omega, \omega^2\}$ , where  $\omega$  is the cube roots of unity are :

- (a) 1 and  $\omega$  (b) 1 and  $\omega^2$   
(c)  $\omega$  and  $\omega^2$  (d) None of these

गुणात्मक गुप  $\{1, \omega, \omega^2\}$ , जहाँ  $\omega$  इकाई का घनमूल है, के जनरेटर्स है :

- (अ) 1 तथा  $\omega$  (ब) 1 तथा  $\omega^2$   
(स)  $\omega$  तथा  $\omega^2$  (द) इनमें से कोई नहीं

- (v) The additive inverse of the element 3 of the ring  $(\{0, 1, 2, 3, 4\}, +_5, \times_5)$  is :

- (a) 1 (b) 2  
(c) 3 (d) 4

रिंग  $(\{0, 1, 2, 3, 4\}, +_5, \times_5)$  के अवयव 3 का योगात्मक प्रतिलोम है :

- (अ) 1 (ब) 2  
(स) 3 (द) 4

10501

32,000

http://www.mjpruonline.com

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper &amp; get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से