

Paper Code : 41103

B.A./B.Sc. (Semester Third)

Examination, 2023

MATHEMATICS

Paper : B-503

(Algebra & Mathematical Methods)

Time : Two Hours] [Maximum Marks : 75

Note : Attempt all the sections as per instructions.

समस्त खण्डों को निर्देशानुसार हल कीजिये।

Section-A / खण्ड-अ

(Very Short Answer Type Questions)

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt all ten questions. Each short question carries 02 marks. Very short answer are required not exceeding 75 words.

सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक अति लघु उत्तरीय प्रश्न 02 अंकों का है। अधिकतम 75 शब्दों में अति लघु उत्तर अपेक्षित हैं।

1. (a) If order of a cyclic group is 10, find the orders of subgroups.

यदि एक चक्रीय समूह में 10 अवयव हैं, तो उसके उपसमूहों में कितने-कितने अवयव होंगे?

(1)

P.T.O.

(b) What is the meaning of a transposition?

स्थान परिवर्तन से आप क्या समझते हैं?

(c) If kernel of homomorphism is singleton, then what does it mean?

यदि समाकारिता की नाभि एकल सम्मुचय हो तो इसका क्या अर्थ है?

(d) Find the Laplace transform of t^{10} .

t^{10} का लाप्लास रूपान्तरण ज्ञात कीजिये।

(e) What do you understand by Fourier series?

फुरिये श्रृंखला से आप क्या समझते हैं?

(f) Discuss even and odd permutations.

सम और विषम परम्यूटेशनों को परिभाषित कीजिए।

(g) If $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$

Find $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$

यदि $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$

$\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ को ज्ञात कीजिए।

(h) State fundamental theorem on

homomorphism of groups.

समूहों की समरूपता पर मौलिक प्रमेय को बताइए।

(i) Find all the subgroups of the group

$\{1, w, w^2\}$

समूह $\{1, w, w^2\}$ के सभी उपसमूह ज्ञात कीजिए।

(j) Find $L\{e^{st}\}$

$L\{e^{st}\}$ को ज्ञात कीजिए

41103

(2)

Section-B / खण्ड-ब
(Short Answer Type Questions)
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two questions. Each short question carries 15 marks. Short answer are required not exceeding 200 words.
किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक लघुउत्तरीय प्रश्न 15 अंकों का है। अधिकतम 200 शब्दों में लघु उत्तर अपेक्षित हैं।

2. Find Laplace transform of $\cos^3 t$.
 $\cos^3 t$ का लाप्लास रूपान्तरण ज्ञात कीजिये।
3. State and prove Lagrange's theorem for groups.
समूहों के लिए लेग्रान्ज प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।
4. Find the critical point (s) of the function
 $f(x, y) = x^2 + 6xy + 4y^2 + 2x - 4y$.
 $f(x, y) = x^2 + 6xy + 4y^2 + 2x - 4y$ के क्रान्तिक बिन्दुओं को ज्ञात कीजिये।
5. Extremize the functional
 $I(y) = \int_{x_1}^{x_2} (1 + y'^2) dx$
Where $y(x_1) = y(x_2) = 0$.
फंक्शनल $I(y) = \int_{x_1}^{x_2} (1 + y'^2) dx$
जहाँ $y(x_1) = y(x_2) = 0$, को अति रंजित कीजिए।

41103

(3)

P.T.O.

Section-C / खण्ड-स
(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any one question. Long question carries 25 marks. Long answer is required not exceeding 800 words.
केवल एक प्रश्न का उत्तर दीजिये। दीर्घ उत्तरीय प्रश्न 25 अंकों का है। अधिकतम 800 शब्दों में दीर्घ उत्तर अपेक्षित है।

6. State and prove schwartz's theorem on the equality of $\frac{\partial^2 t}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 t}{\partial y \partial x}$
श्वार्ट्ज प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये।
की $\frac{\partial^2 t}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 t}{\partial y \partial x}$
7. State and prove Euler's theorem on calculus of variation.
परिवर्तन कलन पर ऑयलर प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये।
8. If U is an ideal of a ring R, then prove that R/U is a ring and is a homomorphic image of R with kernel U.
यदि वलय R की गुणजावली U हो तो सिद्ध कीजिये कि R/U भी वलय है तथा नाभि U के साथ R की समाकारिता प्रतिबिम्ब भी होगी।

41103

(4)