

Total No. of Questions : 5 [Total No. of Printed Pages : 8

Paper Code : 10506

2088

B.A./B.Sc. (Part II) Examination, 2019

(Three-year Degree Course)

(New Course)

MATHEMATICS

Paper-III

(Mechanics)

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : { B.A. : 34
B.Sc. : 50

Note :- Attempt all the five questions.

सभी पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

Section-A

(खण्ड-अ)

Long Answer Type Questions 7/10 each

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

If in a simple harmonic motion u, v, w be the velocities at distances a, b, c from a fixed point on a straight line which is not the centre of force, show

B-95

(1)

Turn Over

that the period T is given by the equation :

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(b-c)(c-a)(a-b) = \begin{vmatrix} u^2 & v^2 & w^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

यदि सरल आवर्त गति में सरल रेखा के निश्चित बिन्दु से जो बल का केन्द्र नहीं है, a, b, c दूरी पर क्रमशः वेग u, v, w हों, तब दर्शाइए कि आवर्तकाल T निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त होगा :

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(b-c)(c-a)(a-b) = \begin{vmatrix} u^2 & v^2 & w^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Or

~~(अथवा)~~

A particle is falling from rest under gravity in a resisting medium whose resistance varies as the square of the velocity. Discuss the motion.

एक कण, किसी प्रतिरोधक माध्यम में जिसका प्रतिरोध, वेग के वर्ग के अनुक्रमानुपाती है, गुरुत्वीय त्वरण के अधीन विरामावस्था से गिर रहा है। गति की विवेचना कीजिए।

2. Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pulley of radius ' a ' so as to be in contact with two-thirds of the circumference of the pulley, shall be :

$$a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} \right]$$

SB-95

(2)

दिखाइए कि एक सिरविहीन शृंखला की लम्बाई, जो 'a' त्रिज्या की एक वृत्तीय घिरनी पर इस प्रकार लटके कि वह उसकी परिधि के दो-तिहाई हिस्से से सम्पर्क में रहे :

$$a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} \right]$$

होगी।

Or
(अथवा)

A particle moves under a central repulsive force $\frac{m\mu}{(\text{distance})^2}$ and is projected from an apse at a distance a with velocity v . Show that the equation of the path is $r \cos p \theta = a$ and the angle θ described in time t is $\frac{1}{p} \tan^{-1} \frac{pvt}{a}$, where $p^2 = \frac{\mu + a^2 v^2}{a^2 v^2}$.

एक कण केन्द्रीय प्रतिकर्षण बल $\frac{m\mu}{(\text{distance})^2}$ के अन्तर्गत गति करता है एवं 'a' दूरी पर एप्स से v वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। दर्शाइए कि पथ का समीकरण $r \cos p \theta = a$ और t समय में तय किया गया कोण $\frac{1}{p} \tan^{-1} \frac{pvt}{a}$ है, जहाँ

$$p^2 = \frac{\mu + a^2 v^2}{a^2 v^2} \quad |$$

3. A particle is projected with velocity v from the cusp of a smooth inverted cycloid down the arc, show that the time of reaching the vertex is :

$$2\sqrt{\frac{a}{g}} \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{4ag}}{v} \right]$$

एक कण किसी उल्टे चिकने चक्रज के किनारे से चाप के सहारे नीचे की ओर v वेग से प्रक्षेपित किया गया है, दर्शाइए

कि शीर्ष तक पहुँचने का समय $2\sqrt{\frac{a}{g}} \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{4ag}}{v} \right]$ है।

Or
(अथवा)

Find the centroid of the volume formed by the revolution of the curve $r = a(1 + \cos \theta)$ about the initial line. <http://www.mjpruonline.com>

वक्र $r = a(1 + \cos \theta)$ को आद्याक्षर रेखा के परितः घुमाने से बने आयतन का केन्द्रक ज्ञात कीजिए।

Section-B
(खण्ड-ब)

Short Answer Type Questions 2/3 each
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4. Solve any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
(i) Find the Cartesian equation of a catenary.
एक कैटेनरी का कार्तीय समीकरण निकालिए।

SB-95

(4)

SB-95

(3)

Turn Over

(ii) A particle describe the curve $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ under a force to the pole, find the law of the force.

एक कण, ध्रुव की ओर अभिमुख बल के अधीन वक्र $r = ae^{\theta \cot \alpha}$ पर गति करता है। बल का नियम ज्ञात कीजिए।

(iii) Define pitch and screw of the system of force in three dimensions.

त्रिविमीय बल निकाय के लिए पिच और स्क्रू को परिभाषित कीजिए।

(iv) Prove that the acceleration of a point moving in a curve with uniform speed is $\rho\psi^2$.

सिद्ध कीजिए कि किसी वक्र पर एकसमान गति से घूमने वाले बिन्दु का त्वरण $\rho\psi^2$ होगा।

(v) State and prove the principle of virtual work. आभासी कार्य के सिद्धान्त को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

(vi) A bead moves on a smooth wire in a vertical plane under a resistance equal $k(\text{velocity})^2$, find the motion.

एक छल्ला किसी चिकने तार के ऊपर एक ऊर्ध्वाधर समतल पर गतिमान है जिसका प्रतिरोध k (वेग)² है, गति निकालिए।

(vii) Write the condition of equilibrium of a rigid body with two fixed points.

एक ठोस पिण्ड के लिए संतुलन की शर्तें लिखिए जिसके दो बिन्दु स्थायी हैं।

(viii) A point moving in a straight line with S.H.M. has velocities v_1 and v_2 when its distances from the centre are x_1 and x_2 : show that the period

of the motion is $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$.

एक बिन्दु सरल आवर्त गति के अधीन एक सरल रेखा में गति कर रहा है। केन्द्र बिन्दु से x_1 और x_2 दूरी पर वेग क्रमशः v_1 और v_2 हैं। दर्शाइए इस गति का

आवर्तकाल $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$ है।

Section-C

(खण्ड-स)

Objective Type Questions (3/5)/1 each

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5. Answer all questions.

सभी प्रश्नों को हल कीजिए।

(i) The work done by the tension of a string is :

(a) Zero

(b) +ve

(c) -ve

(d) None of these

डोरी में तनाव द्वारा किया गया कार्य होता है :

(अ) शून्य

(ब) धनात्मक

(स) ऋणात्मक

(द) इनमें से कोई नहीं

(ii) Angular velocity of a particle is given by :

(a) $\dot{\theta} = vp$ (b) $\dot{\theta} = \frac{vp}{r}$

(c) $\dot{\theta} = \frac{vp}{r^2}$ (d) $\dot{\theta} = \frac{vp^2}{r}$

एक कण का कोणीय वेग दिया जाता है :

(अ) $\dot{\theta} = vp$ (ब) $\dot{\theta} = \frac{vp}{r}$

(स) $\dot{\theta} = \frac{vp}{r^2}$ (द) $\dot{\theta} = \frac{vp^2}{r}$

(iii) The condition that a force system reduces to a single force is :

(a) $\vec{R} \cdot \vec{G} = 0$ (b) $\vec{R} \times \vec{G} = 0$

(c) $\vec{G} \times \vec{R} = 0$ (d) $\vec{R} = \vec{G}$

एक बल तंत्र को एक अकेले बल में निरूपित करने की शर्त है :

(अ) $\vec{R} \cdot \vec{G} = 0$ (ब) $\vec{R} \times \vec{G} = 0$

(स) $\vec{G} \times \vec{R} = 0$ (द) $\vec{R} = \vec{G}$

(iv) The time period T of a simple harmonic motion is :

(a) $\frac{\pi}{\mu}$ (b) $\frac{2\pi}{\mu}$

(c) $2\pi\sqrt{\mu}$ (d) $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

एक सरल आवर्त गति में दोलन का आवर्तकाल है :

(अ) $\frac{\pi}{\mu}$ (ब) $\frac{2\pi}{\mu}$

(स) $2\pi\sqrt{\mu}$ (द) $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}$

Radial acceleration of a moving particle is :

(a) $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ (b) $\ddot{r} - r\dot{\theta}$

(c) $\dot{r} - r\dot{\theta}$ (d) $\ddot{r} - r\dot{\theta}$

गतिमान कण का रेखीय त्वरण है :

(अ) $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ (ब) $\ddot{r} - r\dot{\theta}$

(स) $\dot{r} - r\dot{\theta}$ (द) $\ddot{r} - r\dot{\theta}$